



Matemàtiques II

Model 2

OPCIÓ B

- a) Considerem el punt $P(1, 2, 3)$ i la recta $r : \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$.
- i) Calculeu l'equació general del pla π que conté el punt P i la recta r . (4 punts)
 - ii) Calculeu el punt simètric de P respecte la recta r . (6 punts)
- b) i) Discutiu per a quins valors d' a i b el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{aligned} (a-1)x + 5ay + az &= a-b, \\ y - 2az &= a+b, \\ 3ay + (2-a)z &= b. \end{aligned} \right\}$$

- ii) Resoleu-lo en el cas (o casos) en que sigui compatible indeterminat. (7 punts)
- ii) Resoleu-lo en el cas (o casos) en que sigui compatible indeterminat. (3 punts)
- c) Sigui la funció $f(x) = \frac{1}{(x-1)} - \frac{1}{(x-2)}$.
- i) Calculeu els extrems de la funció $f(x)$. (7 punts)
 - ii) Estudieu quan la funció $f(x)$ és còncava o convexa. (3 punts)
- d) Calculeu la següent integral indefinida $\int \frac{x-1}{x^3+x^2} dx$. (10 punts)



Matemàtiques II

Model 2

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4.

Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

OPCIÓ A

- a) i) Donada la matriu $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & 2+a & 2a \\ 0 & a-1 & 3a \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$, calculeu el seu rang en funció d' a . (6 punts)
- ii) Calculeu \mathbf{A}^{-1} per $a = 1$. (4 punts)
- b) i) Discutiu per a quins valors d' a el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{aligned} (a+3)x + (2a-1)y &= 0, \\ (a+1)x - az &= a, \\ 2x + (a-2)y - az &= a. \end{aligned} \right\}$$

- (7 punts)
- ii) Resoleu-lo en el cas (o casos) en que sigui compatible indeterminat. (3 punts)
- c) Sigui la funció $f(x) = \sin(2x) - x$. Demostreu que la funció $f(x)$ té exactament tres zeros en l'interval $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. O sigui, heu de provar que existeixen exactament tres valors de x en l'interval $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ tals que $f(x) = 0$. (10 punts)
- d) Feu un dibuix del recinte limitat per les corbes $y_1(x) = 4 - x^2$, $y_2(x) = x^2$. (4 punts)
- Calculau l'àrea d'aquest recinte. (6 punts)